

# Optimalizace progresivních mazacích systémů pomocí genetických algoritmů

Ing. Jiří Vepřek

*Co slyším, to zapomenu. Co vidím, si pamatuji. Co si vyzkouším, tomu rozumím.*

Konfucius

*Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky.*



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



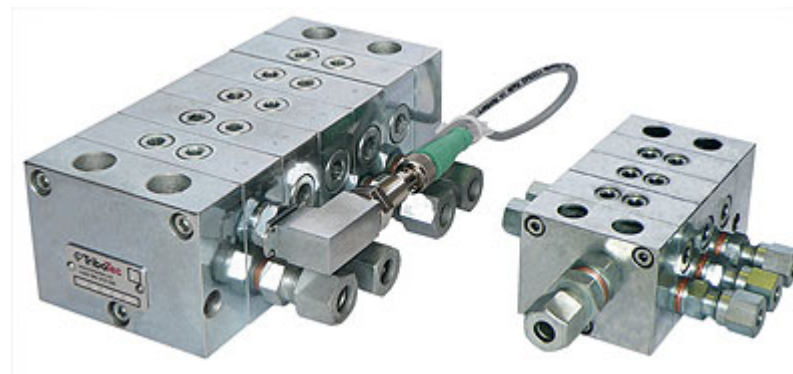
OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## OBSAH PREZENTACE

- Shrnutí cílů disertační práce
  - teorie
  - experiment
  - simulace
  - optimalizační software
- Dosažené výsledky disertační práce
- Publikační činnost (r. 2008/2009)



Progresivní rozdělovače PRA ,PRB [14]

## TEORIE – TOK PLASTICKÝCH MAZIV (ČASOVÝ PROSTOR A FREKVENČNÍ OBLAST)

- Časový prostor
  - neustálený tok stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny v trubici (Lax-Wendroff),
  - neustálený rychlostní profil elasticko-visko-plastické binghamské kapaliny (FDM)
- Frekvenční oblast
  - určení rychlosti zvuku v plastickém mazivu pomocí metody přenosových matic
  - postup stanovení přenosové matice binghamské kapaliny

## TOK STLAČITELNÉ VISKO-PLASTICKÉ BINGHAMSKÉ KAPALINY (LAX-WENDROFF)

- Cauchyho pohybová rovnice [12]

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z$$

kde:  $dP/dr = 0$ ,  $dP/d\phi = 0$ ,  $g_z = 0$

- Binghamův konstitutivní vztah

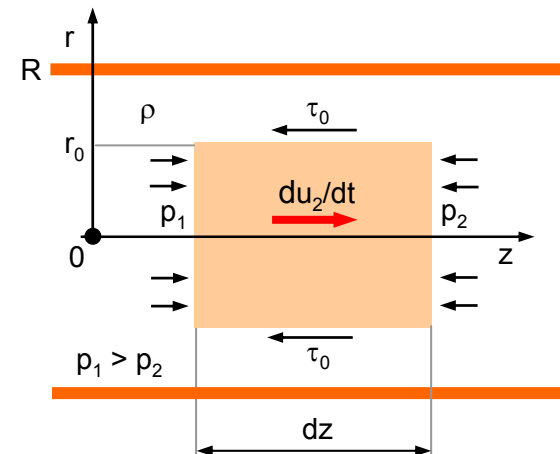
$$\tau_{rz} = \tau_0 + \eta_B \cdot \left( -\frac{du}{dr} \right)$$

platí pro:  $du/dr > 0$

- Pohybová rovnice pístové části [12]

$$\tau_0 = -\frac{1}{2} r_0 \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_{s2}}{\partial t} \rho r_0$$

platí pro:  $u_{s2} > 0$



$u$  – axiální část rychlosti ( $m \cdot s^{-1}$ ),  $P$  – tlakové pole (Pa),  $\tau_{rz}$  – smykové napětí (Pa),  $\rho$  – měrná hmotnost ( $kg \cdot m^{-3}$ ),  $t$  – čas (s),  $\tau_0$  – mez toku (Pa),  $\eta_B$  – Binghamova viskozita (Pa.s),  $r_0$  – poloměr toku pístové části kapaliny (m)

*Silové poměry na pístovém elementu binghamské kapaliny v trubici kruhového průřezu [12]*

## TOK STLAČITELNÉ VISKO-PLASTICKÉ BINGHAMSKÉ KAPALINY (LAX-WENDROFF)

- Výsledná pohybová rovnice [12]

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + \frac{1}{\rho k_c} \frac{\partial P}{\partial z} \beta + \left[ \frac{8\tau_0}{3\rho k_c u_s} \delta + \frac{8R^2 \eta_B}{\rho k_c} \right] u_s = 0$$

platí pro:  $u_s > 0 \rightarrow \beta > 0, \delta > 0, k_c > 0$

- Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial P}{\partial t} + k \frac{\partial u_s}{\partial z} = 0$$

kde:  $u_s > 0$

- Základní schéma numerické metody Lax-Wendroff [3]

$$w_{x_j}^{t+\Delta t} = w_{x_j}^t + \Delta t \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{x_j} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_{x_j}$$

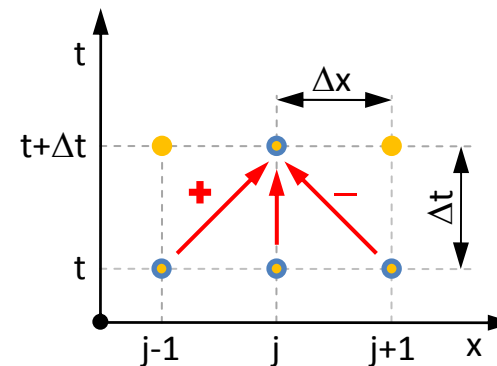


Schéma numerické metody Lax-Wendroff,  
 krok řešení vnitřního uzlu [3]

$u_s$  – střední rychlost kapaliny v trubici (m.s<sup>-1</sup>),  
 $\beta$  – proměnná (m<sup>4</sup>),  $\delta$  – proměnná (m<sup>3</sup>),  $k_c$  –  
 proměnná (m<sup>4</sup>),  $R$  – vnitřní poloměr trubice  
 (m),  $k$  – modul pružnosti kapaliny (Pa),  $w$  –  
 sloupcový vektor střední rychlosti a tlaku

## RYCHLOSTNÍ PROFIL ELASTICKO-VISKO-PLASTICKÉ KAPALINY (FDM)

- Pohybová rovnice a rovnice kontinuity [4]

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

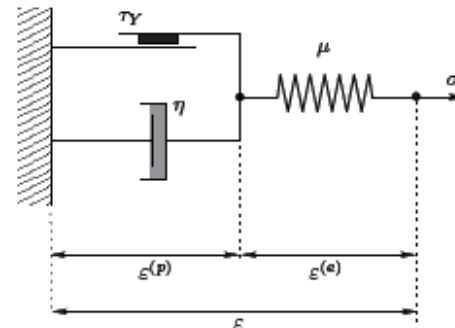
- Obecná konstitutivní rovnice [4]

$$\mathbf{T} + \lambda_1 \left( (1 - \xi) \overset{\nabla}{\mathbf{T}} + \xi \overset{\Delta}{\mathbf{T}} \right) = 2\eta \left( \mathbf{D} + \lambda_2 \overset{\nabla}{\mathbf{D}} \right) + 2\tau_0 \overset{\Delta}{\mathbf{D}}$$

kde:  $\lambda_2 = 0 \rightarrow$  elasticko-visko-plastická kapalina

- Rovnice rychlosti toku kapaliny [4]

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda_1 \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \lambda_2 \eta \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial y^2} = p_x + \lambda_1 \frac{dp_x}{dt} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \tau_0 \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)}{\sqrt{\varepsilon + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}} \right]$$



Visko-elasticko-plastický model kapaliny [13]

$\mathbf{f}$  – vnější objemové síly,  $\boldsymbol{\sigma}$  – Cauchyho napětový tenzor,  $\mathbf{T}$  – nevratná část napětového tenzoru,  $\mathbf{D}$  – tenzor rychlosti deformace,  $\lambda_1$  – relaxační čas,  $\lambda_2$  – retardační čas,  $\xi$  – skalární parametr,  $\varepsilon$  – konstanta,  $\eta$  – binghamská viskozita (Pa.s),  $\tau_0$  – mez toku (Pa)



## RYCHLOST ZVUKU V PLASTICKÉM MAZIVU (METODA PŘENOSOVÝCH MATIC)

- Lineariz. rovnice silové rovnováhy [6]

$$\rho \frac{dQ}{dt} + bQ + S \frac{\partial p}{\partial x} = \rho S g$$

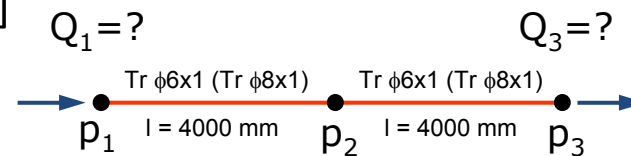
- Linearizovaná rovnice kontinuity [6]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{S}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

- Přenosová matice soustavy [6]

$$P_T = \begin{bmatrix} \text{ch}(\lambda x) & -\frac{\gamma}{\lambda} \text{sh}(\lambda x) \\ -\frac{\mu}{\lambda} \text{sh}(\lambda x) & \text{ch}(\lambda x) \end{bmatrix}$$

platí pro newtonskou kapalinu, tok v trubici kruh. p.



Experimentálně měřené veličiny, tlak na začátku, uprostřed a na konci trubice

$\rho$  – hustota kapaliny ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ),  $Q$  – průtok ( $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $b$  – tlumení na odporu ( $\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-3}$ ),  $S$  – průřez trubice ( $\text{m}^2$ ),  $p$  – tlak (Pa),  $x$  – osová souřadnice trubice (m),  $g$  – tíhové zrychlení ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ),  $K$  – modul pružnosti kapaliny (Pa),  $\lambda$  – proměnná,  $\gamma$  – proměnná,  $\mu$  – proměnná

## RYCHLOST ZVUKU V PLASTICKÉM MAZIVU (METODA PŘENOSOVÝCH MATIC)

- Postup určení rychlosti zvuku v plastickém mazivu
  - měření veličin  $p_1, p_2, p_3$  v trubici
  - Fourierova transformace  $p_1, p_2, p_3$  (program Parametr)
  - příprava vstupních dat (program F-A char) [1]
- Nestac. rychlost bingham. kapaliny [5] – určení přenos. matice

$$v(r, t) = \frac{1}{4} \frac{(-4a + 4r)\tau_0}{\mu} + \frac{1}{4} \frac{(r^2 - a^2) \frac{d}{dz} P(z)}{\mu} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\alpha_n r}{a}\right) \left( 2 \left( \frac{d}{dz} P(z) \right)_a + \pi \tau_0 \alpha_n H_0(\alpha_n) \right) e^{-\frac{\alpha_n^2 \mu t}{\rho a^2}}}{\mu J_1(\alpha_n) \alpha_n^3}$$

$v$  – rychlost ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $a$  – vnitřní poloměr trubice (m),  $r$  – radiální souřadnice (m),  $\tau_0$  – mez toku (Pa),  $P(z)$  – tlakové pole (Pa),  $\mu$  – Binghamova viskozita (Pa.s),  $J_0$  – Besselova funkce 1. druhu nultého řádu,  $J_1$  – Besselova funkce 1. druhu a 1. řádu,  $H_0$  – Struve funkce nultého řádu,  $t$  – čas (s),  $\alpha_n$  – komplexní argument

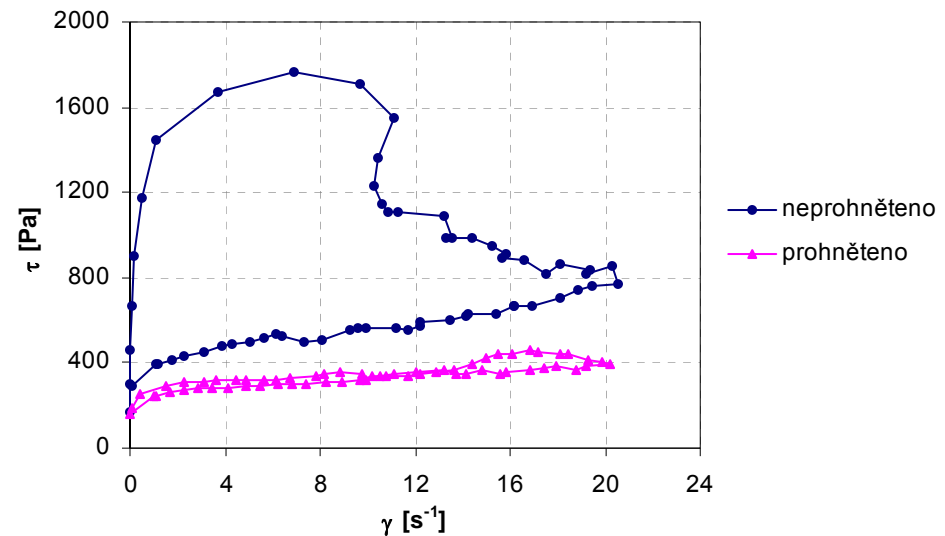


## EXPERIMENT – REOMETRICKÁ MĚŘENÍ A TOK PLASTIKÝCH MAZIV

- Reometrická měření plastických maziv Plantogel 2S, Plantogel 000S, Mogul EKO L1 a Aralub BAB RC1
  - tokové křivky plastických maziv
  - visko-elastické charakteristiky plastických maziv
- Tok plastických maziv Plantogel 2S, Mogul EKO L1
  - průtokové a tlakové poměry v trubicích
  - průtokové a tlakové poměry v progresivních rozdělovačích

## TOKOVÉ KŘIVKY EKOLOGICKÝCH PLASTICKÝCH MAZIV

- Rozsah smykových napětí  
 $du/dr = 0-20 \text{ s}^{-1}$
- Teplota během měření  
 $t = -10 \text{ až } 20^\circ\text{C}$
- Rotační reometr  
RheoStress 300,  
ThermoHaake
- Uspořádání měřicí  
soustavy (kužel-deska)



Reogramy ekologického plastického maziva  
Plantogel 2S,  $t = 20^\circ\text{C}$ , odře – neprohněteno,  
fialově - prohněteno [10]

## VISKO-ELASTICKÉ CHARAKTERISTIKY PLASTICKÝCH MAZIV - FUNKCE( $\tau$ )

- Komplexní modul pružnosti kapaliny

$$G^* = G' + iG''$$

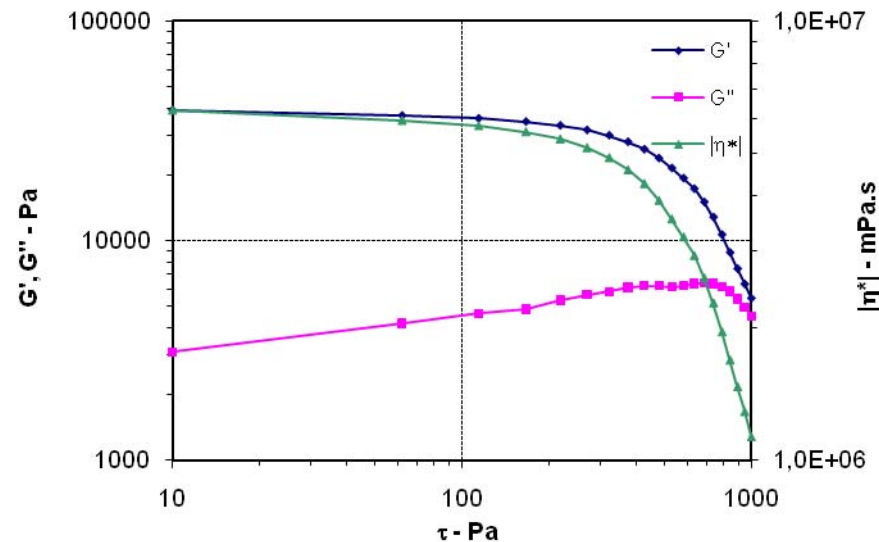
- Paměťový a ztrátový modul [10]

$$G' = |G^*| \cos \delta \quad G'' = |G^*| \sin \delta$$

- Komplexní viskozita [10]

$$\eta^* = G^* / i\omega$$

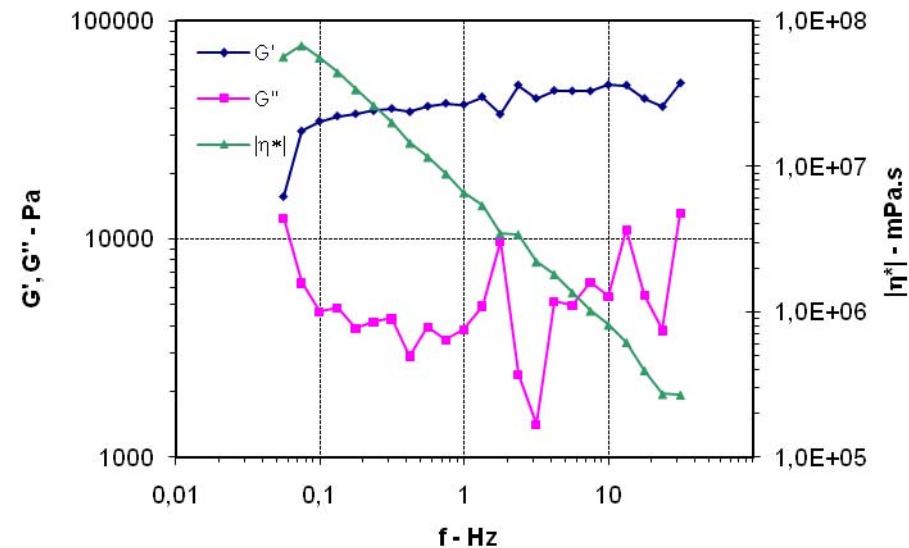
- Rozsah napětí při  $\omega = 1\text{ Hz}$   
 $\tau = 0\text{-}1700\text{ Pa}$



Visko-elastické charakteristiky plastického maziva Plantogel 2S v závislosti na smykovém napětí [10]

## VISKO-ELASTICKÉ CHARAKTERISTIKY PLASTICKÝCH MAZIV – FUNKCE(f)

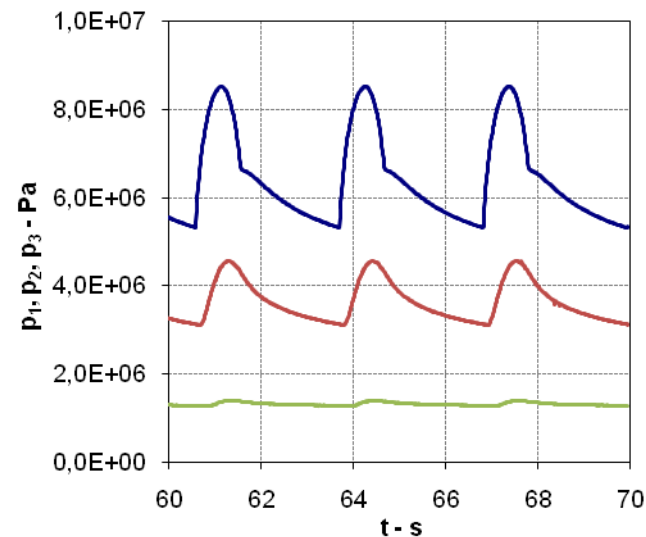
- Fázový posun  $G'$  a  $G''$   
 $\delta = 0$   
čistě elastická látka  
 $\delta = 90^\circ$   
čistě viskózní látka
- Teplota během měření  
 $t = 20^\circ\text{C}$
- Rozsah frekvencí (osa x)  
 $f = 0,01\text{-}100\text{ Hz}$



Visko-elastické charakteristiky plastického maziva Plantogel 2S v závislosti na frekvenci [10]

## PRŮTOKOVÉ A TLAKOVÉ POMĚRY V PLASTICKÉM MAZIVU

- Experimentální měření tlaků v trubicích
  - $p_1$  – vstup do trubice
  - $p_2$  – střed trubice
  - $p_3$  – výstup z trubice
- Tlakové ztráty v trubicích
- Průtokové a tlakové poměry v progresivních rozdělovačích



Tlak na vstupu, uprostřed a na výstupu z trubice;  
určení rychlosti zvuku metodou přenosových  
matic [2]

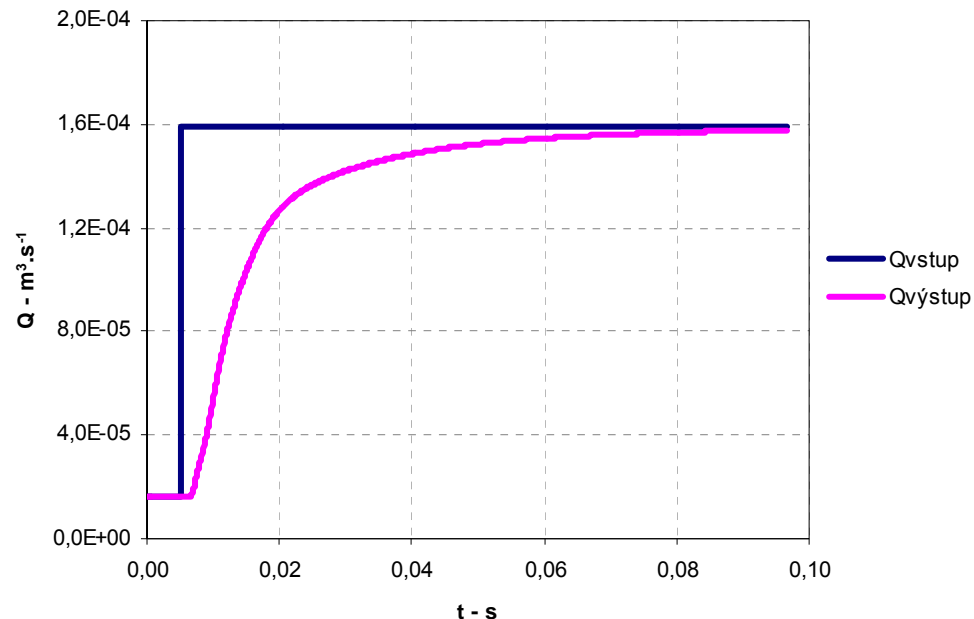
## SIMULACE – TOK PLASTICKÝCH MAZIV (ČASOVÝ PROSTOR A FREKVENČNÍ OBLAST)

- Časový prostor
  - tok stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny v trubici (Lax-Wendroff)
  - rychlostní profil elasticko-visko-plastické binghamské kapaliny (FDM)
- Frekvenční oblast
  - rychlost zvuku v plastickém mazivu (metoda přenosových matic)
  - postup stanovení přenosové matice binghamské kapaliny



## NEUSTÁLENÝ TOK VISKO-PLASTICKÉ BINGHAMSKÉ KAPALINY (LAX-WENDROFF)

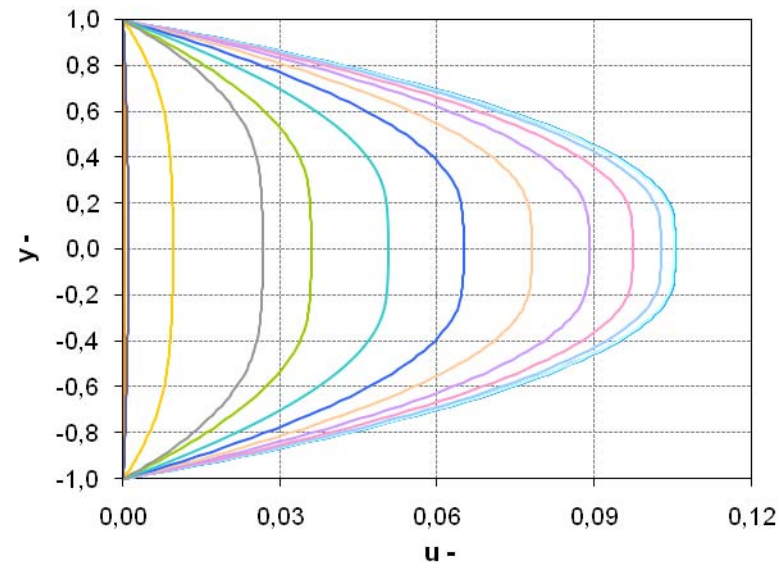
- Rozměry trubice  
 $D = 10 \text{ mm}$ ,  $l = 10 \text{ m}$
- Vlastnosti kapaliny  
 $k = 2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ ,  
 $\rho = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  
 $\tau_0 = 50 \text{ Pa}$ ,  $\eta_B = 2 \text{ Pa} \cdot \text{s}$
- Časový krok výpočtu  
 $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- Okrajové podmínky  
 $Q_{\text{vstup}} = 1,58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  
 $p_{\text{výstup}} = 0,10 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ,



Odezva na skokovou změnu průtoku na vstupu;  
numerická simulace toku binghamské kapaliny  
v trubici kruhového průřezu (Lax-Wendroff) [12]

## RYCHLOSTNÍ PROFIL ELASTICKO-VISKO-PLASTICKÉ KAPALINY (FDM)

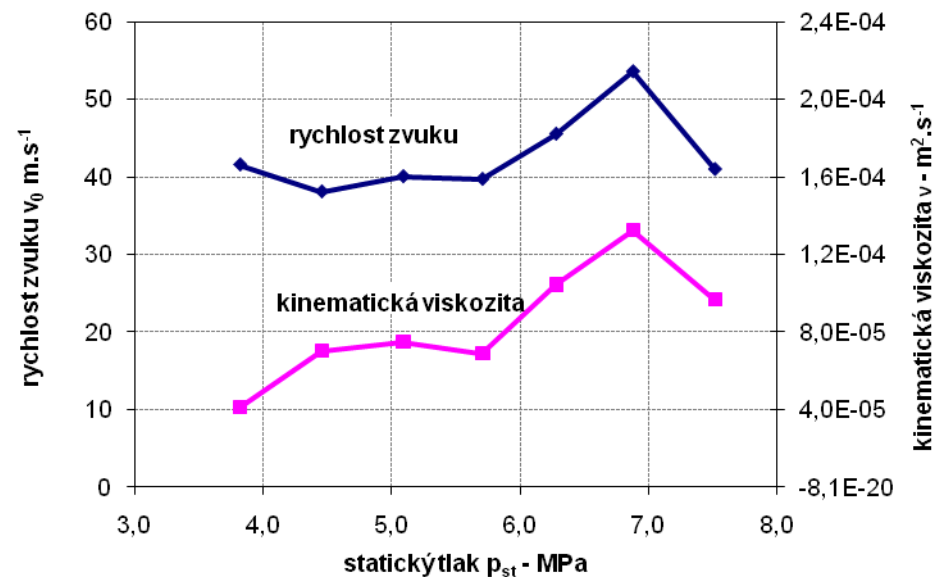
- Vlastnosti kapaliny  
 $\eta_B = 2 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\tau_0 = 192 \text{ Pa}$
- Konstanta  
 $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$
- Tlakové buzení  
 $p = p_{x0} + p_{x1} \cos(\omega t)$
- Relaxační čas  
 $\lambda_1 = 7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- Časový krok výpočtu  
 $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$



Neustálený rychlostní profil elasticko-visko-plastické binghamské kapaliny, numerická simulace toku mezi dvěma rovnoběžnými deskami (FDM) [12]

## RYCHLOST ZVUKU V PLASTICKÉM MAZIVU (PLANTOGEL 2S)

- Teplota během měření  
 $t = \text{cca } 20^{\circ}\text{C}$
- Budící frekvence (tlak)  
 $\omega = \text{cca } 0,3\text{-}0,5 \text{ s}^{-1}$
- Modul pružnosti (výpočet)  
 $k = 1,3\text{-}2,6 \text{ MPa}$
- Rozměry trubic  
 $D = 4 \text{ a } 6 \text{ mm}, l = 4000 \text{ mm}$



Rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S  
v závislosti na střední hodnotě statického tlaku  
v trubici kruhového průřezu  $d = 4\text{mm}$  [2]

## OPTIMALIZAČNÍ SOFTWARE – APLIKACE GENETICKÉHO ALGORITMU

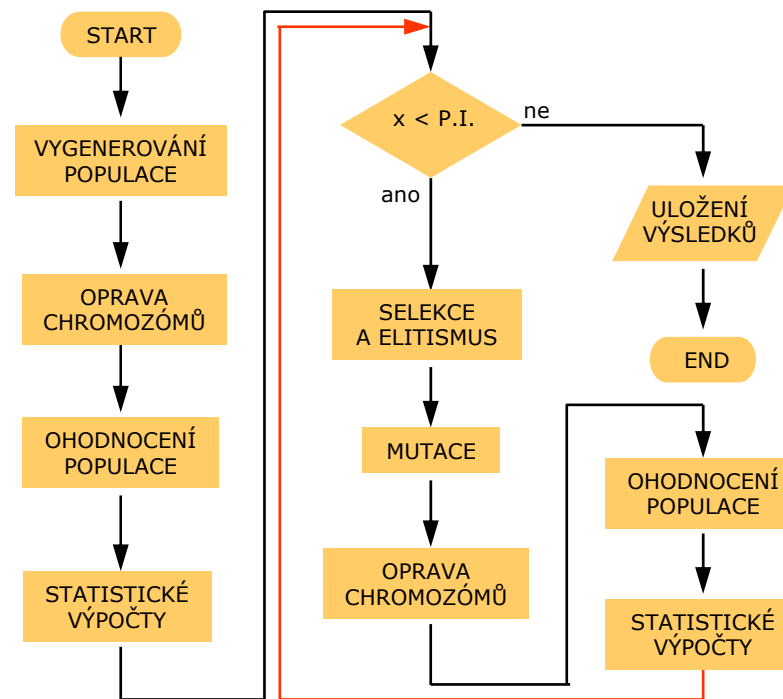
- Software k návrhu progresivních rozdělovačů
  - vytvořen na platformě JAVA
  - implementován genetický algoritmus (GA)
  - progresivní rozdělovače typu ZP-A až ZP-D
- Software k návrhu progresivních mazacích systémů
  - vytvořen v MATLABu
  - implementován paralelní genetický algoritmus (PGA)
  - mazací systémy s rozdělovači ZP-A až ZP-D

## NÁVRH PROGRESIVNÍCH ROZDĚLOVAČŮ – ALGORITMUS PROGRAMU

- Vstup programu: požadavky na rozdělovač, parametry GA
- Výstupní údaje: statistická data, chromozómy NEJ rozdělovačů
- Fitness funkce [9]

$$HF_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m-1} abs \left( \frac{VV_{V_i, j+1}}{VV_{V_{ij}}} - \frac{VV_{P_i, j+1}}{VV_{P_{ij}}} \right)$$

$VV_{P_{ij}}$  – požadovaný objem maziva/jeden pracovního cyklu rozdělovače i/vývod (cm<sup>3</sup>·cyklus<sup>-1</sup>) z vývodu j,  $VV_{V_{ij}}$  – vypočítaný objem maziva/jeden pracovní cyklus rozdělovače i/vývod j,  $i < 1; n >$  a  $j < 1; m >$ ; n – populace, m – otevřené vývody rozdělovače



Vývojový diagram optimalizačního programu

## NÁVRH PROGRESIVNÍCH ROZDĚLOVAČŮ – VÝSLEDKY OPTIMALIZACE

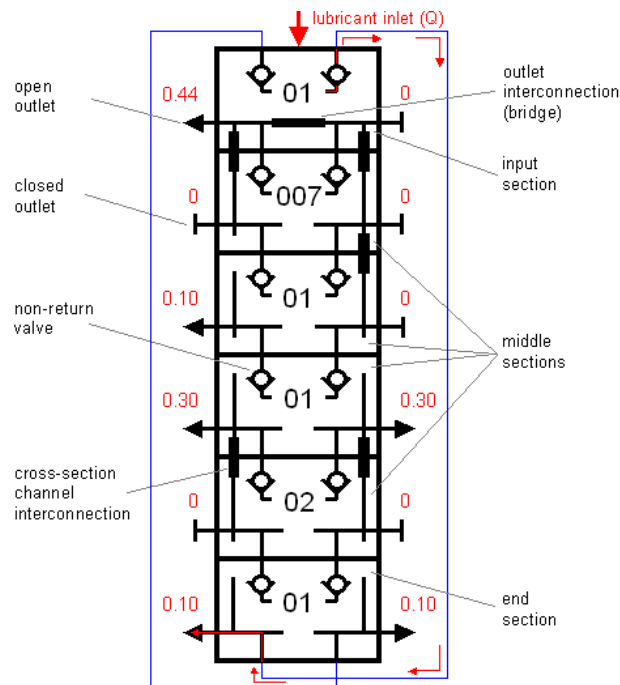
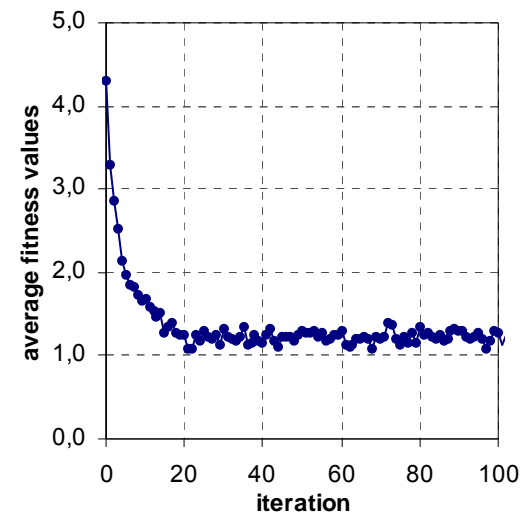


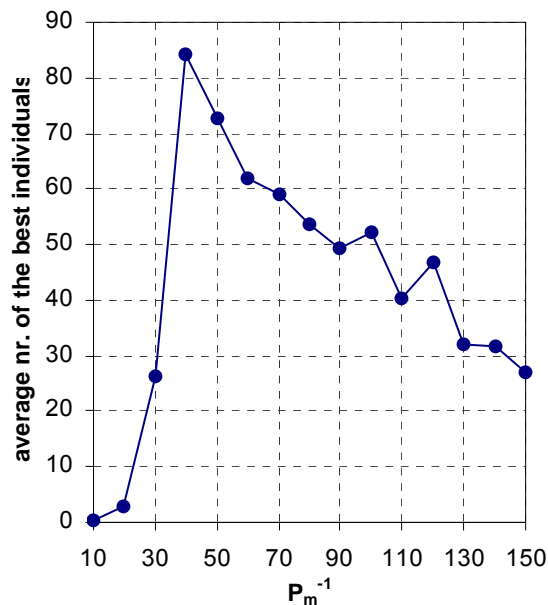
Schéma hledané konstrukční varianty progresivního rozdělovače ZP-A (6 sekcí a 6 otevřených vývodů) [9]



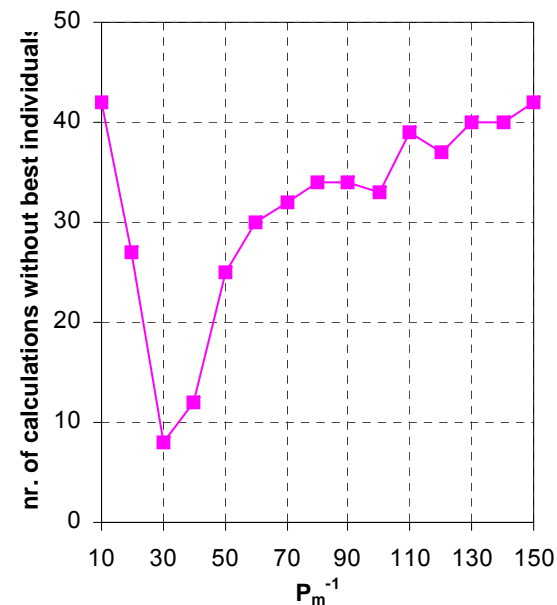
Průměrná hodnota fitness v populaci (počet jedinců  $N = 500$ , selekční tlak  $tT = 3$ , pravděpodobnost mutace  $P_m = 1/30$ , počet iterací  $PI = 200$ ) [9]



## NÁVRH PROGRESIVNÍCH ROZDĚLOVAČŮ – PARAMETRY GA



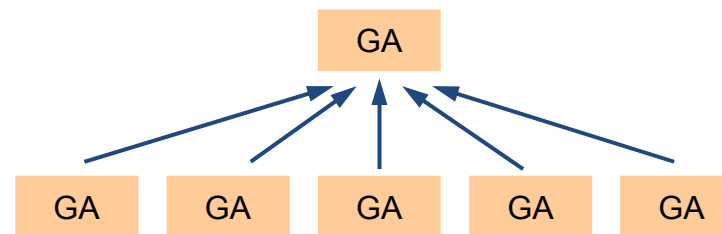
Průměrný počet nejlepších jedinců v populaci stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (počet jedinců  $N = 500$ , selekční tlak  $t_T = 2$ , pravděpodobnost mutace  $P_m = 1/10-1/150$ , počet iterací  $PI = 200$ ) [9]



Počet výpočtů bez nejlepších jedinců; stanoveno z 50-ti opakovaných výpočtů (počet jedinců  $N = 500$ , selekční tlak  $t_T = 2$ , pravděpodobnost mutace  $P_m = 1/10-1/150$ , počet iterací  $PI = 200$ ) [9]

## NÁVRH PROGRESIVNÍCH MAZACÍCH SYSTÉMŮ – STRUKTURA PROGRAMU

- Vytvořen v Matlabu
- Mazací obvody s progresivními rozdělovači ZP-A až ZP-D
- Struktura programu:  
M-soubor pro řízení (Start),  
M-soubory PGA (Generator, Oprava, Hlavní, Vedlejší, Objemy, Statistika, Selektce, Mutace, Migrace),  
M-soubor pro simulaci toku maziva (Simulace)

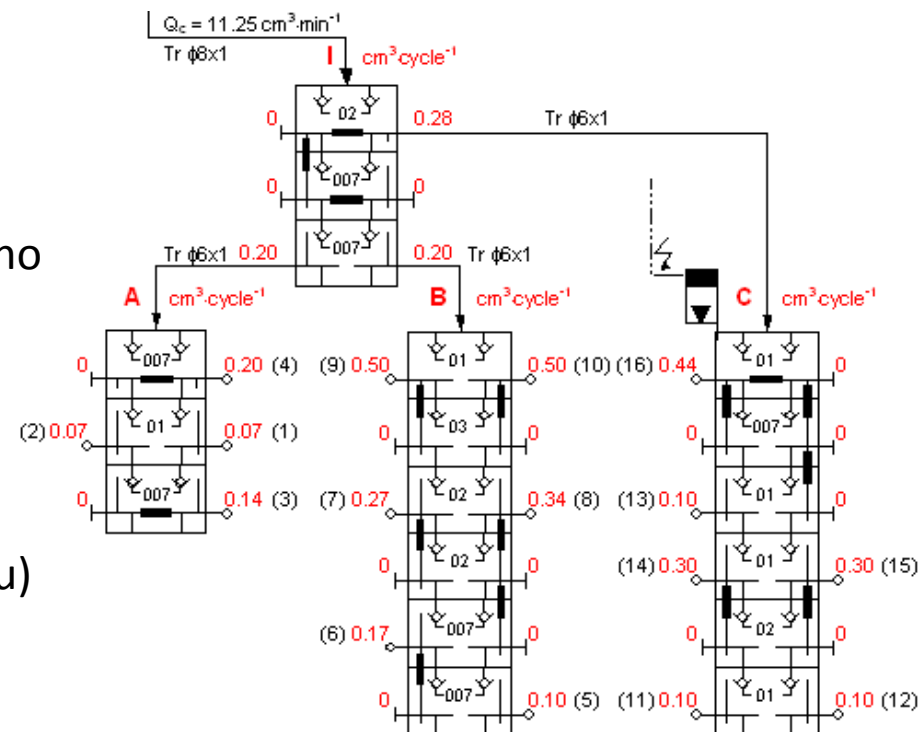


*Hierarchická struktura paralelního genetického algoritmu v optimalizačním programu pro návrh větvených mazacích obvodů s progresivními rozdělovači [8]*

*\*PGA – paralelní genetický algoritmus*

## NÁVRH PROGRESIVNÍCH MAZACÍCH SYSTÉMŮ – II. ČÁST

- Zakódování struktury mazacího obvodu: progresivní rozdělovače, potrubí (materiál, délka, průměr), hierarchie mazacího obvodu
- Příklad (108 číslic prog. rozdělovače, 57 číslic potrubí a 3 číslice hierarchie mazacího obvodu)



Způsob kódování progresivního mazacího obvodu [9]

## VLASTNÍ VÝSLEDKY DISERTAČNÍ PRÁCE A PUBLIKACE ZA ROK 2008/2009

- Numerické řešení toku stlačitelné binghamské visko-plastické kapaliny v trubici (časový prostor).  
Postup odvození přenosové matice visko-plastické binghamské kapaliny (frekvenční oblast).  
Experimentální měření (průtokové a tlakové poměry v plastickém mazivu) za účelem stanovení rychlosti zvuku a určení tlakových ztrát v potrubí.  
Simulace toku elasticko-visko-plastické binghamské kapaliny.  
Optimalizační software k návrhu progresivních rozdělovačů a větvených mazacích obvodů s progresivními rozdělovači.
- Publikace za rok 2008/2009

Vepřek, J.: *Design of Progressive Distributors in Centralized Lubrication Systems by Genetic Algorithms*. In: *Hydraulika i Pneumatyka*. Wroclaw, 2008. Poland. SIMP press. Vol. 28. Nr. 5. pp. 21-27. ISSN 1505-3954.

## LITERATURA

- [1] Habán, V. - Koutník, J. - Pochylý, F.: Popis k programu „F-ACHAR“, program pro řešení pulsací ve větvených hydraulických obvodech. Výzkumná zpráva Odboru.
- [2] Habán, V – Vepřek, J.: Výpočet rychlosti zvuku v plastickém mazivu. Výzkumná zpráva Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana, VUT v Brně, 2008.
- [3] Koyš, J.: Modelování tlakových pulsací v pružných potrubích. Diplomová práce na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně, 2007. Ved. dipl. práce. V. Habán. 58s.
- [4] Y. Wang.: Time-dependent Poiseuille flows of visco-elasto-plastic fluids. In Acta Mechanica 186. 187-201s. 2006.
- [5] Ospina, J. - Velez, M.: Computer Algebra in Scientific Computing. Analytical Solution for Transient Flow of a Generalized Bingham Fluid with Memory in a Movable Tube Using Computer Algebra\*. Springer Berlin/Heidelberg, 2007. 339-349s. ISSN 0302-9743.
- [6] Habán, V.: Tlumení tlakových a průtokových pulsací. [Disertační práce]. Brno. Vysoké učení technické v Brně, 1999. 57s.
- [7] Foldyna, J. – Habán, V. – Pochylý, F. – Sitek, L.: Transmission of acoustic waves.
- [8] Ošmera, P.: Genetické algoritmy a jejich aplikace. [Habilitační práce]. Brno. Vysoké učení technické v Brně, 2001. 108s.
- [9] Vepřek, J. Determining Genetic Algorithm Operators in the Program for Optimization of Progressive Distributors. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Soft Computing Applied in Computer and Economic Environment*. Kunovice, 2008. Jiří Vepřek.
- [10] Štern, P. – Nevrlý, J. – Pavlok, B.: Tokové křivky a viskoelastické charakteristiky vybraných ekologických maziv. Dílčí výzkumná zpráva ke grantovému úkolu GAČR 101/02/0605. Praha. 2004.
- [11] Delimon. DELIMON. *Delimon Centralized Lubrication*. [online]. [citováno 11. 9. 2006]. Dostupné z URL <http://www.delimon.de/english/index.html>
- [12] Vepřek, J.: Optimalizace průtokových poměrů v mazacích obvodech s progresivními rozdělovači pomocí genetických algoritmů. [Disertační práce]. Brno. Vysoké učení technické v Brně, 2009.
- [13] Cheddadi, I. – Saramito, P. – Raufaste, C. – Marmottant, P. a Graner, F.: Numerical modelling of foam Couette flows. In *European Physical Journal E* **27**, 2 (2007) 123-133. 1292-8941 (eISSN : 1292-895X)
- [14] Tribotec. *TriboTec – Centrální mazání*. [online]. [citováno 17. 8. 2006]. Dostupné z URL <http://www.tribotec.cz/tribotec/>

**Děkuji Vám za pozornost.**

*Tato prezentace byla vytvořena jako součást projektu  
"Komplexní systém pro získávání, vzdělávání a trvalé zapojování  
talentů do výzkumných a vývojových center AV ČR a FSI VUT v Brně",  
reg. č. CZ.1.07/2.3.00/09.0228*



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ